

Тема урока: "Определение квадратного уравнения. Неполные квадратные уравнения". 8-й класс. Дата проведения 30.11.2020.

Преподаватель Груздева Раиса Алексеевна

**Цель урока:** организация деятельности учащихся по изучению и закреплению понятий квадратного уравнения, приведенного квадратного уравнения, неполного квадратного уравнения и овладение умениями записывать квадратное уравнение в общем виде, определять его коэффициенты.

**Задачи.**

**Обучающие:**

- сформировать понятия квадратного уравнения, приведенного квадратного уравнения, неполного квадратного уравнения;
- отработать умения записывать квадратное уравнение в общем виде, приводить уравнения к квадратному, определять его коэффициенты;
- ориентироваться в разнообразии способов решения неполных квадратных уравнений.

**Развивающие:**

- развивать интерес к предмету через знакомство с историей квадратных уравнений;
- развивать умение концентрироваться, память, внимание, логическое мышление, воображение, умение сопоставлять, делать выводы, умение переносить знания в новые ситуации;
- развивать умение слушать, работать, самостоятельность, развивать математическую речь.

**Воспитательные:**

- формировать культуру общения и коммуникативных умений учащихся при работе учащихся самостоятельно, в паре, в группе;
- воспитывать познавательный интерес к предмету;
- продолжить повышать активность и самостоятельность учащихся при выполнении заданий.

**Оборудование:** компьютер, мультимедийный проектор и экран или интерактивная доска; презентация к уроку; учебник алгебры 8 класса (авторы Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк и др.); раздаточный материал с заданиями для работы в классе и для работы дома.

**Тип урока:** урок изучения нового материала.

**Используемые технологии:**

- информационно-коммуникативная технология;

- проблемное обучение;
- элементы исследовательской деятельности;
- элементы обучения в сотрудничестве (командная, групповая работа, работа в парах),

### **Формы обучения:**

- работа в группах (в ходе открытия новых знаний);
- фронтальная работа (в ходе устной работы);
- индивидуальная работа (в ходе закрепления изученного материала и самооценки);
- работа в парах (при проведении мини-исследования).

### **Этапы урока. (Приложение)**

1. Организационный момент.
2. Устная работа.
3. Актуализация знаний учащихся.
4. Сообщение темы урока. Целеполагание.
5. Изучение нового материала.
6. Первичное закрепление изученного материала.
7. Физкультминутка.
8. Выполнение самостоятельной работы. Математический диктант.
9. Дополнительно.
10. Историческая справка.
11. Домашнее задание.
12. Подведение итогов урока. Рефлексия.

### **Используемая литература:**

1. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Учебник для 8 класса “Алгебра” под ред. Теляковского С.А.
2. Г.И.Глейзер "История математики в школе" (для учащихся 7-8 классов). Пособие для учителей. - М. Просвещение, 1982.

№	Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Время (в мин.)
1	<b>Организа-ционный момент.</b>	Создание рабочего настроения на урок. <b>Слайд 1.</b> О математика! В веках овевяна ты славой, Светило всех земных светил. Тебя царицей величавой Недаром Гаусс окрестил.	Самостоятельно проверяют готовность к уроку, настраиваются на урок. <b>Слайд 1.</b> Учащиеся читают эпиграф к уроку: «Посредством уравнений, теорем я уйму всяких разрешил проблем...». Чосер, английский поэт средних веков.	1 мин
2	<b>Устная работа.</b>	<b>Сайд 1.</b> Эпиграф: «Теория без практики мертва и бесплодна, практика без теории невозможна и пагубна. Для теории нужны знания, для практики, сверх того, и умение» <b>Слайд 2.</b> Учитель организует устную работу учащихся. <b>Блиц-опрос</b> (предварительно учащимся было задано повторить теоритический материал из курса 7 класса, используя учебник на стр. 254-255) <b>Вопросы:</b> 1. Дайте определение понятия уравнение. 2. Что такое корень уравнения? 3. Что значит решить уравнение? 4. Какие уравнения называют равносильными? 5. Что такое допустимые значения переменных? 6. Какие свойства используют при решении уравнений? 7. Когда произведение равно нулю? 8. Уравнение какого вида называется линейным? <b>Слайд 3.</b> Примените теорию на практике. 1. Является ли число $a$ корнем уравнения? а) $2x - 7 = 8$ , $a = 7,5$ ; б) $x^2 - x - 20 = 0$ , $a = 5$ ; в) $(x^3 + 12)(x^2 + 25) = 0$ , $a = 2\sqrt{2}$ . <b>Слайд 4.</b> 2. Найди корни уравнения а) $(x - 3)(x + 12) = 0$ ; б) $(6x - 5)(x + 5) = 0$ ; в) $(x - 8)(x + 2)(x^2 + 25) = 0$ . г) $16x^2 - 8x + 1 = 0$	Учащиеся отвечают на вопросы блиц - опроса. <b>Возможные ответы:</b> 1. Уравнение – равенство с переменной 2. Корнем уравнения называют значение переменной, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство. 3. Решить уравнение – это значит найти все его корни или доказать, что их нет. 4. Равносильными уравнениями называют уравнения, имеющие одни и те же корни. Уравнения, не имеющие корни, также считают равносильными. 5. Допустимыми значениями переменных называется значения переменных, при которых выражение имеет смысл. 6. - Слагаемы можно переносить из одной части в другую, при этом изменив его знак на противоположный. - Обе части уравнения можно умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число. 7. Произведение равно нулю, когда один из множителей равен нулю. 8. Уравнения вида: $ax = b$ , где $x$ – переменная, $a$ и $b$ – числа, называется линейным.	6 мин

3	<b>Актуализация знаний учащихся.</b>	<p><b>Слайд 5.</b> Прочитайте задачу.  <b>Задача:</b> Гипотенуза прямоугольного треугольника 10 . Найти катеты, если один из них на 2 больше другого.  <b>Вопросы:</b>  О чем говорится в задаче?  Какие величины есть в задаче?  Что известно?  Что надо найти?  Каким способом можно решить задачу?  Как найти гипотенузу, зная катеты?  Какое уравнение можно составить для решения задачи?</p>	<p>Учащийся читает задачу.  Учащиеся отвечают на вопросы по задаче.  <b>Слайд 6.</b>  <b>Решение:</b> Пусть <math>x</math> - первый катет, тогда <math>(x+2)</math> – второй катет. Зная, что по теореме Пифагора в прямоугольном треугольнике сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы, составим уравнение:  <math>x^2 + (x + 2)^2 = 10^2</math>  <math>x^2 + x^2 + 4x + 4 = 100</math>  <math>2x^2 + 4x - 96 = 0</math></p>	3 мин														
4	<b>Сообщение темы урока. Целеполагание.</b>	<p><b>Вопрос:</b> Проблемная ситуация: мы не можем решить практическую задачу, так как пока не умеем решать уравнения нового вида.  Сформулируем тему урока.  В этом уравнении наибольшая степень переменной <math>x</math> – квадрат. Отсюда и название: квадратное уравнение. Квадратное уравнение еще называют и уравнением второй степени, так как его левая часть есть многочлен второй степени.  <b>Слайд 7.</b> Откройте тетради, запишите число и тему урока: «Определение квадратного уравнения. Неполные квадратные уравнения»  <b>Цель урока:</b> изучить определение квадратного уравнения, овладеть умениями записывать квадратное уравнение в общем виде, определять его коэффициенты, изучить виды квадратных уравнений.</p>	<p>Учащиеся записывают в тетради число, тему урока:  «Определение квадратного уравнения. Неполные квадратные уравнения».</p>	2 мин.														
5	<b>Изучение нового материала.</b>	<p><b>Слайд 8. Определение:</b> Уравнения вида <math>ax^2 + bx + c = 0</math>, где <math>a, b, c</math> – числа, <math>a \neq 0</math>, называется квадратным.  <b>Слайд 9.</b> Числа <math>a, b, c</math> – коэффициенты квадратного уравнения.  <math>a</math> – первый коэффициент (перед <math>x^2</math>);  <math>b</math> – второй коэффициент (перед <math>x</math>);  <math>c</math> – свободный член (без <math>x</math>).  <b>Слайд 10.</b> Укажите, какие из данных уравнений не являются квадратными.</p> <table border="1" data-bbox="316 1809 850 2063"> <tr> <td>1. <math>4x^2 + 4x + 1 = 0</math>;</td> <td>7. <math>4x^2 + 1 = 0</math>;</td> </tr> <tr> <td>2. <math>5x - 7 = 0</math>;</td> <td>8. <math>x^2 - 1/x = 0</math>;</td> </tr> <tr> <td>3. <math>-x^2 - 5x - 1 = 0</math>;</td> <td>9. <math>2x^2 - x = 0</math>;</td> </tr> <tr> <td>4. <math>2/x^2 + 3x + 4 = 0</math>;</td> <td>10. <math>x^2 - 16 = 0</math>;</td> </tr> <tr> <td>5. <math>\frac{1}{4}x^2 - 6x + 1 = 0</math>;</td> <td>11. <math>7x^2 + 5x = 0</math>;</td> </tr> <tr> <td>6. <math>2x^2 = 0</math>;</td> <td>12. <math>-8x^2 = 0</math>;</td> </tr> <tr> <td></td> <td>13. <math>5x^3 + 6x - 8 = 0</math>.</td> </tr> </table>	1. $4x^2 + 4x + 1 = 0$ ;	7. $4x^2 + 1 = 0$ ;	2. $5x - 7 = 0$ ;	8. $x^2 - 1/x = 0$ ;	3. $-x^2 - 5x - 1 = 0$ ;	9. $2x^2 - x = 0$ ;	4. $2/x^2 + 3x + 4 = 0$ ;	10. $x^2 - 16 = 0$ ;	5. $\frac{1}{4}x^2 - 6x + 1 = 0$ ;	11. $7x^2 + 5x = 0$ ;	6. $2x^2 = 0$ ;	12. $-8x^2 = 0$ ;		13. $5x^3 + 6x - 8 = 0$ .	<p>Учащиеся записывают в тетрадь определение квадратного уравнения и названия коэффициентов.</p> <p>Учащиеся отвечают, обосновывая свой ответ.</p>	4 мин
1. $4x^2 + 4x + 1 = 0$ ;	7. $4x^2 + 1 = 0$ ;																	
2. $5x - 7 = 0$ ;	8. $x^2 - 1/x = 0$ ;																	
3. $-x^2 - 5x - 1 = 0$ ;	9. $2x^2 - x = 0$ ;																	
4. $2/x^2 + 3x + 4 = 0$ ;	10. $x^2 - 16 = 0$ ;																	
5. $\frac{1}{4}x^2 - 6x + 1 = 0$ ;	11. $7x^2 + 5x = 0$ ;																	
6. $2x^2 = 0$ ;	12. $-8x^2 = 0$ ;																	
	13. $5x^3 + 6x - 8 = 0$ .																	

6	<p><b>Первичное закрепление изученного материала.</b></p>	<p>Работа в парах. Возьмите в руки раздаточный материал (см. <b>Приложение 1</b>), выполняем задания 1, 2, 3, 4; затем проверяем. Учитель при необходимости оказывает помощь учащимся.</p> <p><b>Слайд 11.</b>  <b>Слайд 12.</b>  <b>Слайд 13.</b>  <b>Слайд 14.</b></p> <p>Выдвинете гипотезу о количестве корней квадратного уравнения. А проверим мы ее на следующих уроках.</p> <p>Внимательно посмотрите на данные и полученные квадратные уравнения.</p> <p><b>Вопрос:</b> Какие уравнения можно выделить в зависимости от коэффициентов?</p> <p>Заполните таблицу из <b>задания 5</b>.</p> <p><b>Слайд 15.</b></p> <p><b>Внимание!</b> Число <math>a</math> не может быть равно 0, так как в этом случае уравнение примет вид: <math>vx + c = 0</math>, а это линейное уравнение. Числа <math>v</math>, <math>c</math>, в отличие от <math>a</math>, могут быть и равными 0. Если хотя бы одно из них равно 0, то уравнение называется <b>неполным</b>. Если <math>a = 1</math>, то уравнение называется <b>приведенное</b>.</p> <p><b>Слайд 16.</b></p> <p>Выполните задание 6 раздаточного материала.</p> <p><b>Обратить внимание:</b> Уравнения <math>-x^2 - 7x + 1 = 0</math> не является приведенным, так как <math>a = -1</math>, а не 1. Подумайте, как это уравнение можно преобразовать в приведенное?</p> <p><b>Слайд 17.</b></p> <p>Выполните задание 7 раздаточного материала.</p>	<p>См. <b>Приложение 1</b>.</p> <p>Учащиеся выполняют задания 1, 2, 3 и 4 из раздаточного материала.</p> <p>Учащиеся по очереди называют ответы.  Учащиеся слушают и проверяют свое решение.</p> <p>Учащиеся с помощью комментариев учителя заполняют таблицу здания 5.</p> <p>Учащиеся выполняют задание 6.  Обсуждение.</p> <p>Надо разделить обе части уравнения разделить на <math>(-1)</math>, получим приведенное квадратное уравнение <math>x^2 + 7x - 1 = 0</math>.  Учащиеся проверяют.</p>	14 мин.
---	---	---	--	---------

		<p><b>Слайд 18.</b> Проведите мини-исследование о корнях неполных квадратных уравнений. Сделай выводы. Задания выполняется по колонкам.</p> <p><b>Задание:</b> запишите алгоритм решения уравнения, используя известные вам свойства для решения уравнений. Можно использовать учебник стр. 112-113.</p>	<p>Учащиеся выдвигают свои гипотезы решения неполных квадратных уравнений. Практическая работа учащихся в парах с раздаточным материалом. Учащиеся каждой колонки выполняет свое задание. Один учащийся от колонки представляет отчет о проделанной работе на доске. Учащиеся слушают и проверяют свое решение. Учащиеся записывают решение, представленное учащимися других колонок.</p>	
7	<p><b>Физ-культ-минутка</b></p>	<p><b>Слайд 19.</b>  На уроке мы сидим  И во все глаза глядим,  А глаза нам говорят,  Что они уже болят.  <b>Физкультминутка для глаз.</b>  Встали.  Подняли руки вверх и потянулись...  Быстро поморгали.  Закрыли глаза и постояли спокойно,  медленно считая до 5.  Повернулись к окну.  Крепко зажмурили глаза  (считать до 3)  Открыли глаза и посмотрели вдаль  (считать до 5)  Вытянули правую руку вперед.  Следим глазами, не поворачивая  головы, за медленными движениями  указательного пальца вытянутой руки  влево-вправо-вверх-вниз.  Посмотрели на указательный палец  вытянутой руки (считаем до 4).  Перенесли взор вдаль (считаем до 6).  В среднем темпе делаем глазами  круговые движения вправо. (3-4 раза)  Теперь влево. (3-4 раза)  Расслабили мышцы глаз, закрыли  глаза (считаем до 6).</p> <p>Открываем мы глаза  Дальше нам решать пора.  Продолжаем мы урок  Всем пошел наш отдых впрок.</p>	<p>Учащиеся выполняют упражнения для глаз.</p>	2 мин

**Выполнение самостоятельной работы. Математический диктант**

**Слайд 20.**  
**Математический диктант**  
с последующей взаимопроверкой

1 вариант	2 вариант
1. Составьте квадратное уравнение по его коэффициентам и проверьте, является ли указанное число $x$ корнем этого уравнения.	
$a=2, b=-3, c=1; x=1/2$	$a=3, b=-2, c=-1; x=-1/3$
2. Запишите квадратное уравнение, у которого	
первый коэффициент равен 3, второй коэффициент равен -5, свободный член равен 0.	первый коэффициент равен -5, второй коэффициент равен 3, свободный член равен 0.
3. Запишите приведенное квадратное уравнение, у которого коэффициент и свободный член равны	
- 2	- 3
4. Запишите неполное квадратное уравнение, у которого	
первый коэффициент равен -5, свободный член равен 7. Решите его.	первый коэффициент равен -3, свободный член равен 5. Решите его.
5. Запишите неполное квадратное уравнение, у которого	
первый коэффициент равен 3, второй коэффициент равен 5. Решите его.	первый коэффициент равен 5, второй коэффициент равен 7. Решите его.

Поменяйтесь тетрадями с соседом и проверьте его работу, выставите отметки.

Оценивание:  
все задания выполнены верно - «5»,  
одно задание выполнено неверно – «4»,  
два задания выполнены неверно – «3»,  
более трех заданий выполнено неверно – «2».

Подведем итоги. Поднимите руки, у кого «2»? «3»? «4»? «5»? Молодцы!  
На следующих уроках мы продолжим решать неполные квадратные уравнения.

**Слайд 21.**

**Ответы**

	1 вариант	2 вариант
1	$2x^2 - 3x + 1 = 0$ $x = 1/2$ – корень уравнения	$3x^2 - 2x - 1 = 0$ $x = -1/3$ – корень уравнения
2	$3x^2 - 5x = 0$	$-5x^2 + 3x = 0$
3	$x^2 - 2x - 2 = 0$	$x^2 - 3x - 3 = 0$
4	$-5x^2 + 7 = 0;$ $-5x^2 = -7;$ $x^2 = 7/5;$ $x_1 = -\sqrt{7/5}$ и $x_2 = \sqrt{7/5}$ <b>Ответ:</b> $-\sqrt{7/5}; \sqrt{7/5}$	$-3x^2 + 5 = 0;$ $-3x^2 = -5;$ $x^2 = 5/3;$ $x_1 = -\sqrt{5/3}$ и $x_2 = \sqrt{5/3}$ <b>Ответ:</b> $-\sqrt{5/3}; \sqrt{5/3}$
5	$3x^2 - 5x = 0$ $x(3x - 5) = 0$ $x=0$ или $3x-5=0$ $3x=5$ $x = 5/3$ <b>Ответ:</b> $0; 5/3$	$5x^2 + 7x = 0$ $x(5x + 7) = 0$ $x=0$ или $5x + 7=0$ $5x = -7$ $x = -7/5$ <b>Ответ:</b> $0; -7/5$

Учащиеся обмениваются тетрадями с соседом и проверяют.

Учащиеся поднимают руки у кого «2», «3», «4», «5».

5 мин

9	<b>Дополнительно Историческая справка</b>	Ребята подготовили небольшое выступление. <b>Слайд 22.</b> Поведать мы сегодня вам хотим Историю возникновения Того, что каждый школьник должен знать – Историю квадратных уравнений.	Выступление учащихся. <b>См. Приложение 2.</b>	5 мин
10	<b>Домашнее задание.</b>	<b>Слайд 23.</b> Учитель раздает раздаточные листы с домашним заданием и дает рекомендации по выполнению домашнего задания. <b>См. Приложение 3.</b> 1. Заполнить таблица раздаточного листа. Обратить внимание на нахождение значений выражений: подставляем значения $a$ , $b$ , $c$ и считаем. 2. Решить кроссворд. Прочитать учебник: & 21, стр. 111-113; стр. 249 «О квадратных уравнениях». Эта информация поможет вам при решении кроссворда. <b>Замечание:</b> домашнее задание содержит элементы опережающего характера. На следующем уроке мы познакомимся с новыми понятиями, одно из которых вы назовете сами, выполнив домашнее задание.	Учащиеся записывают в дневнике домашнее задание. Получают раздаточный материал. <b>См. Приложение 3.</b>	1 мин

### Приложение 1. Раздаточный материал для урока.

**Задание 1:** Заполните таблицу. Запишите коэффициенты квадратного уравнения.

№ п/п	Уравнение	Первый коэффициент $a$	Второй коэффициент $b$	Свободный член $c$
1	$-5x^2 + 7x - 1 = 0$			
2	$2,8x^2 - 7/15x + 4 = 0$			
3	$x^2 - 0,2x - \sqrt{5} = 0$	1	- 0,2	$-\sqrt{5}$
4	$-x^2 + 4 = 0$			
5	$3/8x^2 - x = 0$			
6	$7x^2 = 0$			

**Задание 2:** Заполните таблицу. Составьте квадратное уравнение по его коэффициентам.

№ п/п	Уравнение	Первый коэффициент $a$	Второй коэффициент $b$	Свободный член $c$
7	$6x^2 - 5x - 7 = 0$	6	-5	-7
8		-4	3	1
9		1/2	0	$\sqrt{3}$
10		-1	1/3	0
11		2	0	0

**Задание 3:** Заполните таблицу. Приведите данное уравнение к виду  $ax^2 + bx + c = 0$  и запишите коэффициенты квадратного уравнения.



№ п/п	Уравнение	Уравнение, записанное в виде $ax^2 + vx + c = 0$	Коэффициенты		
			а	в	с
12	$4x - 6x^2 + 7 = 0$				
13	$x^2/4 - 0,2 + 3x = 0$				
14	$4 = -2x + x^2$				
15	$2x^2 - 3x = 5x - 1$				
16	$(x - 2)(3x - 5) = 0$				
17	$(x - 1)^2 = 2x + 4$				

**Задание 4:** Какое из чисел 1; -3 является корнем данного уравнения.

18.  $2x^2 - 3x + 1 = 0$ ;

19.  $-x^2 - 5x - 6 = 0$ ;

20.  $1/2x^2 + x - 1,5 = 0$ ;

21.  $25x^2 - 10x + 1 = 0$

**Задание 5:** Внимательно посмотрите на данные и полученные квадратные уравнения. Какие уравнения можно выделить в зависимости от коэффициентов?

**Виды квадратных уравнений.**

Название квадратных уравнений	Уравнение в общем виде	Особенность (какие коэффициенты)	Примеры уравнений

**Задание 6:** Какие из данных уравнений являются полными, неполными, приведенными. Впишите примеры уравнений в таблицу задания 5.

1.  $x^2 - 3x + 5 = 0$

2.  $-x^2 - 7x + 1 = 0$

3.  $1/3x^2 + 5x - 1 = 0$

4.  $x^2 - 1/5x = 0$

5.  $2/3x^2 = 0$

6.  $x^2 - 5 = 0$

7.  $x^2 = 0$

**Задание 7:** Преобразуйте квадратное уравнение в приведенное.

1.  $-x^2 + 2x - 5 = 0$

2.  $1/2 x^2 + 3x - 1 = 0$

3.  $2 x^2 - 4x = 0$

4.  $3x^2 + 9x - 1 = 0$

5.  $-5x^2 + 10x + 125 = 0$

6.  $18x^2 = 0$

**Задание 8:** Проведи мини-исследование о корнях неполных квадратных уравнений. Сделай выводы.

Установите соответствие:

$v = 0, c = 0$	$v = 0$	$c = 0$

A)  $4x^2 - 3x = 0$

B)  $-3x + 5 = 0$

C)  $23x^2 = 0$

	1 колонка	2 колонка	3 колонка
<b>Коэффициент, равный 0</b>	$v = 0, c = 0$	$v = 0$	$c = 0$
<b>Пример уравнения</b>			
<b>Решение уравнения</b>			

<b>Вид уравнения в общем виде</b>			
<b>Алгоритм решения</b>	1. Разделим обе части уравнения на а. 2. Получаем уравнение $x^2 = 0$	1. Перенесем свободный член в правую часть уравнения. 2. Разделим обе части полученного уравнения на а. 3. Получаем уравнение: $x^2 = -c/a$	1. Разложить левую часть уравнения на множители (вынести общий множитель х за скобку). 2. Получаем уравнение $x(ax + в) = 0$ . 3. Произведение равно 0, когда один из множителей равен 0. $x = 0$ или $ax + в = 0$ 4. Решаем уравнение $ax + в = 0$ ; $ax = -в$ ; $x = -в/a$
<b>Корни</b>	<b>Единственный корень</b> $x=0$	1. Если $-c/a > 0$ , то уравнение имеет два корня: $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$ . 2. Если $-c/a < 0$ , то уравнение не имеет корней.	Уравнение имеет два корня: $x = 0$ и $x = -в/a$ .

**Приложение 2. Выступление учащихся  
«История возникновения квадратных уравнений»**

**Учитель:** Гости из Древнего Вавилона, Древней Греции, Индии, Китая, Средневекового Востока, Европы Поведать сегодня нам хотя бы Историю возникновения Того, что каждый школьник должен знать – Историю квадратных уравнений.

**1. Математик из Китая.**

Во II веке до н.э. в Китае была написана математика в пяти книгах. В этом трактате дается объяснение, как извлечь квадратный корень с помощью суммы квадратов двух чисел. Метод получил название «тянь-юнь-ань», что означает – «небесный элемент», так, как у нас называют неизвестную величину.

**2. Математик из Древней Греции (в руках портрет Евклида).**

Еще в III век до н. э. Евклид отвел геометрической алгебре в своих «Началах» всю вторую книгу, где собран весь необходимый материал для решения квадратных уравнений.

**Как составлял и решал древнегреческий математик Диофант Александрийский квадратные уравнения.**

До сих пор не выяснены ни год рождения, ни дата смерти Диофанта; полагают, что он жил в III

в.н.э. Из работ Диофанта самой важной является «Арифметика», из 13 книг которой только 6 сохранились до наших дней. Диофант дал решение задач, приводящих к так называемым диофантовым уравнениям и впервые ввел буквенную символику. Вот одна его задача: «Найти два числа, зная, что их сумма равна 20, а произведение 96». Диофант рассуждает следующим образом: из условия задачи вытекает, что искомые числа не равны, так как если бы они были равны, то их произведение равнялось бы не 96, а 100. Таким образом, одно из них будет больше половины их суммы, т.е.  $10 + x$ , другое же меньше, т.е.  $10 - x$ . Разность между ними  $2x$ . Отсюда уравнение  $(10 + x)(10 - x) = 96$ , или же  $100 - x^2 = 96$ ,  $x^2 - 4 = 0$ . (1)

Отсюда  $x = 2$ . Одно из искомых чисел равно 12, другое 8. Решение  $x = -2$  для Диофанта не существует, так как греческая математика знала только положительные числа. Если решать эту задачу, выбирая в качестве неизвестного одно из искомых чисел, то мы придем к решению уравнения  $y(20 - y) = 96$ ,  $y^2 - 20y + 96 = 0$ . Ясно, что, выбирая в качестве неизвестного полуразность искомых чисел, Диофант упрощает решение; ему удается свести задачу к решению неполного квадратного уравнения (1).

### 3. Математик из Древнего Вавилона.

Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне умели решать около 2000 лет до н.э. Вавилоняне были вынуждены решать уравнения в связи с проблемами выживания: нахождение площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, сооружая укрепления для укрытий, а также с развитием астрономии и самой математики.

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает по существу с современным, однако неизвестно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила. Несмотря на высокий уровень развития алгебры в Вавилоне, в клинописных текстах отсутствуют понятие отрицательного числа и общие методы решения квадратных уравнений.

### 4. Математик из Древней Индии.

Задачи на квадратные уравнения встречаются уже в астрономическом трактате «Ариабхаттиам», составленном в 499 году индийским математиком и астрономом Ариабхаттой. Другой индийский ученый, Брахмагупта (VII в.), изложил общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единой канонической форме:  $ax^2 + bx = c$ . В уравнении коэффициенты, кроме  $a$ , могут быть и отрицательными. Правило Брахмагупты по существу совпадает с нашим.

**Задача индийского математика Бхаскары.** В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. В одной из старинных индийских книг говорится по поводу таких соревнований следующее: «Как солнце блеском своим затмевает звезды, так ученый человек затмит славу другого в народных собраниях, предлагая и решая алгебраические задачи».

Задачи часто облекались в стихотворную форму. Вот одна из задач знаменитого индийского математика XII в. Бхаскары.

«Обезьянок резвых стая

А двенадцать по лианам...

Всласть поевши, развлекалась.

Стали прыгать, повисая...

Их в квадрате часть восьмая

Сколько ж было обезьянок,

На поляне забавлялась.

Ты скажи мне, в этой стае?»

Решение Бхаскары свидетельствует о том, что он знал о двузначности корней квадратных уравнений. Соответствующее задаче уравнение  $(x/8)^2 + 12 = x$

Бхаскара пишет под видом  $x^2 - 64x = -768$

и, чтобы дополнить левую часть этого уравнения до квадрата, прибавляет к обеим частям  $32^2$ , получая затем:  $x^2 - 64x + 32^2 = -768 + 1024$ ,

( $x - 32$ )<sup>2</sup> = 256,

x – 32 = + 16,  
 $x_1 = 16, x_2 = 48.$

## 5. Математик из Средневекового Востока.

Наибольших успехов в математике достиг согдиец Мухаммед ибн Муса Аль-Хорезми (то есть родом из Хорезма – с берегов Сыр-Дарьи). Он работал в первой половине 9 века и был любимцем ученейшего из халифов – Маамуна (сына знаменитого Гаруна ар-Рашида). Главная книга Хорезми названа скромно: «Учение о переносах и сокращениях», то есть техника решения алгебраических уравнений. По-арабски это звучит «Ильм Аль-джебр ва ль мукабала»; отсюда произошло наше слово «алгебра». Другое известное слово – «алгоритм», то есть четкое правило решения задач определенного типа – произошло от прозвания «Аль-Хорезми»..

В алгебраическом трактате Аль-Хорезми дается классификация линейных и квадратных уравнений. Автор насчитывает 6 видов уравнений, выражая их следующим образом:

1. “Квадраты равны корням”, т.е.  $ax^2 = bx$ .
2. “Квадраты равны числу”, т.е.  $ax^2 = c$ .
3. “Корни равны числу”, т.е.  $ax = c$ .
4. “Квадраты и числа равны корням”, т.е.  $ax^2 + c = bx$ .
5. “Квадраты и корни равны числу”, т.е.  $ax^2 + bx = c$ .
6. “Корни и числа равны квадратам”, т.е.  $bx + c = ax^2$ .

Трактат Аль-Хорезми является первой дошедшей до нас книгой, в которой систематически изложена классификация квадратных уравнений и даны формулы их решения.

## 6. Математик из Европы XIII-XVII вв.

Формулы решения квадратных уравнений по образцу Аль-Хорезми в Европе были впервые изложены в “Книге абака”, написанной в 1202 году итальянским математиком Леонардо Фибоначчи. Изданная в Риме в середине 19-го века “Книга абака” содержала 459 страниц. Этот труд, в котором отражено влияние математики как стран ислама, так и Древней Греции, отличается и полнотой, и ясностью изложения. Автор разработал самостоятельно некоторые новые алгебраические приемы решения задач и первый в Европе подошел к введению отрицательных чисел. Его книга способствовала распространению алгебраических знаний не только в Италии, но и в Германии, Франции и других странах Европы. Многие задачи из “Книги абака” переходили почти во все европейские учебники XVI-XVII вв. и частично XVIII в. Общее правило решения квадратных уравнений было сформулировано в Европе лишь в 1544 году М. Штифелем.

Итальянские математики Тарталья, Кардано, Бомбелли среди первых в XVI в. учитывают, помимо положительных, и отрицательные корни. Лишь в XVII веке благодаря трудам Жирара, Декарта, Ньютона и других ученых способ решения квадратных уравнений принимает современный вид.

**Франсуа Виет.** Вывод формулы решения квадратного уравнения в общем виде имеется у Виета. Знаменитый французский математик Франсуа Виет родился в 1540 году в небольшом городке Фантанеле-Конт на юге Франции. Свою знаменитую теорему, которая известна как теорема Виета, он доказал в 1591 году. В настоящее время эта теорема включена в школьные программы, ее мы тоже будем изучать.

**Учитель:** надеемся, что сообщения, подготовленные вашими одноклассниками, были интересны вам, что у вас появилось желание узнать об истории развития математики больше, и что этот интерес приведет к более осознанному и заинтересованному подходу в изучении разных тем курса алгебры и геометрии.

### Приложение 3. Домашнее задание.

подписать ФИ, класс

Решая задачи по геометрии или физике, нам необходимо будет уметь решать квадратные уравнения. Заполнив таблицы, мы приблизимся к решению квадратного уравнения по формуле, которую доказали еще древние ученые.

#### 1. Заполните таблицы

Заполнить таблицу, находя коэффициенты квадратного уравнения.				
Приведите уравнение к виду: $ax^2 + bx + c = 0$	Квадратное уравнение	Коэффициенты		
		a	b	c
$-x + 2x^2 = -7$	$2x^2 - x + 7 = 0$	2	-1	7
$-5x = 17 - x^2$				
$(3x - 1)(x + 2) = 0$				
$-3x^2 + 4x = -8x + 1$				
$(3 - x)(3 + x) = 2$				
$(x - 2)^2 = -3x + 5$				

Заполнить таблицу, составив квадратное уравнение по заданным коэффициентам.			
Коэффициенты			Квадратное уравнение
a	b	c	
2	-5	-3	$2x^2 - 5x - 3 = 0$
5	-8	3	
1	0	-9	
-4	-6	0	
$-\frac{2}{3}$	0	0	

Заполнить таблицу и найти выражения, составленные с помощью коэффициентов квадратного уравнения.					
Квадратное уравнение	Выражения, составленные с помощью коэффициентов квадратного уравнения				
	b	-b	a	2a	ac
$2x^2 - 5x - 3 = 0$	-5	5	2	$2 \cdot 2 = 4$	$2 \cdot (-3) = -6$
$5x^2 - 8x + 3 = 0$					
$x^2 - 5x + 4 = 0$					
$-x^2 + 6x - 3 = 0$					
$-3x^2 + 4x + 7 = 0$					

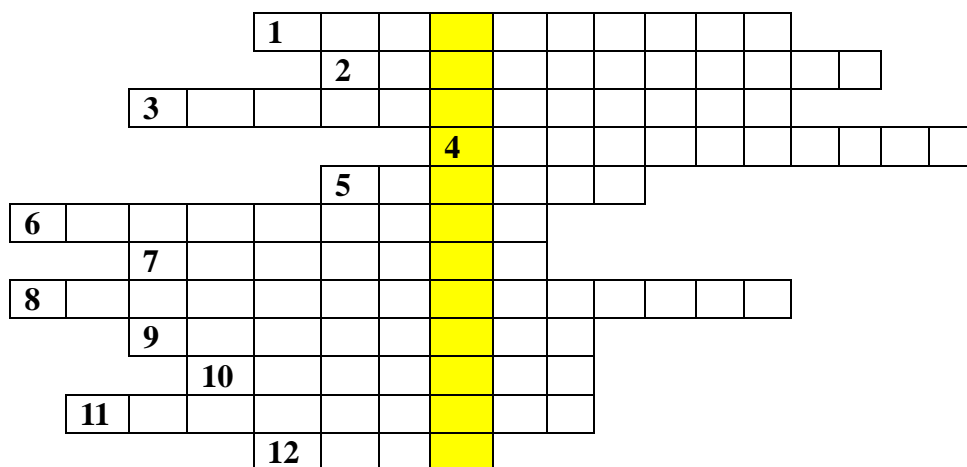
  

Заполнить таблицу и найти выражения, составленные с помощью коэффициентов квадратного уравнения.			
Квадратное уравнение	Выражения		
	b <sup>2</sup>	4ac	b <sup>2</sup> - 4ac
$2x^2 - 5x - 3 = 0$	$(-5)^2 = 25$	$4 \cdot 2 \cdot (-3) = -24$	$25 - (-24) = 49$
$5x^2 - 8x + 3 = 0$			
$x^2 - 5x + 4 = 0$			
$-x^2 + 6x - 3 = 0$			
$-3x^2 + 4x + 7 = 0$			

1. **Решить кроссворд.** Вы находили значение выражения  $b^2 - 4ac$ , составленное с помощью коэффициентов квадратного уравнения. Это выражение имеет свое название. Решив кроссворд, вы узнаете это слово, которое по-латыни означает «различитель», то есть с

помощью него можно различить, установить, сколько корней имеет квадратное уравнение. А зачем нам его надо находить, вы узнаете на следующем уроке.

1. Уравнение вида  $ax^2 + vx + c = 0$
2. Квадратные уравнения, у которых первый коэффициент равен 1.
3. Уравнения с одной переменной, имеющие одни и те же корни.
4. Числа  $a$ ,  $v$  и  $c$  в квадратном уравнении.
5. Значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство.
6. Равенство, содержащее неизвестное.
7. Арабский ученый, написал первый в мире учебник алгебры, где рассмотрел шесть видов квадратных уравнений.
8. Неотрицательное значение квадратного корня.
9. Квадратное уравнение, в котором хотя бы один из коэффициентов  $v$  или  $c$  равен 0.
10. Древнегреческий математик, который нашел приемы решения квадратных уравнений без обращения к геометрии.
11. Коэффициент  $c$  квадратного уравнения.
12. Французский математик, который вывел формулы, выражающие зависимость корней уравнения от его коэффициентов.



Ответы на кроссворд:

